

Московский государственный технический университет
им. Н.Э. Баумана

Тарабарин В.Б.

**ИССЛЕДОВАНИЕ И ПРОЕКТИРОВАНИЕ МАНИПУЛЯТОРОВ
ПРОМЫШЛЕННЫХ РОБОТОВ**

Курсовое проектирование
по «Теории механизмов и механике машин»

Учебное пособие
(электронная версия)

Издательство МГТУ им. Н.Э.Баумана

2007

Введение

В последние десятилетия прошлого века возникли новые мехатронные системы – промышленные роботы и манипуляторы. Промышленным роботом называется автоматическая перепрограммируемая машина, предназначенная для выполнения основных или вспомогательных технологических операций (или функций человека) в процессе промышленного производства. Эти устройства сочетают в себе электронные управляющие системы, приводы и исполнительные механизмы или манипуляторы. Манипулятором называют пространственный механизм, обычно с открытой кинематической цепью и одноподвижными кинематическими парами, предназначенный для выполнения функций руки человека в составе промышленного робота или самостоятельно. В последнем случае мы имеем копирующий манипулятор, управляемый человеком – оператором. Проектирование и исследование манипуляторов рассматривается в различных учебных курсах: теории машин и механизмов, детали машин, теория автоматического управления, мехатроника, а также ряде специальных дисциплин, изучающих роботы и манипуляторы различного функционального назначения (промышленные, космические, подводные и др.).

В данном пособии рассматривается проектирование и исследование манипуляторов в рамках курсового проекта по ТММ. Курсовой проект выполняется студентами на третьем курсе и является заключительной стадией изучения курса ТММ. Обычно это первый курсовой проект, выполняемый студентом в ВУЗе. Курсовой проект относится к самостоятельной работе студента, выполняемой под руководством преподавателя. Темы курсовых проектов обычно согласуются со специальностью, по которой обучаются студенты. Так как последние годы все большее количество специальностей в той или иной степени связаны с робототехникой, то и в курсе ТММ выполняются проекты по данной тематике. Основные разделы курса ТММ: структурный,

кинематический и динамический анализ и синтез типовых механизмов отражаются в комплексных курсовых проектах, посвященных проектированию отдельных простых механизмов (рычажных, зубчатых и кулачковых) сложных машинных агрегатов. К таким агрегатам относятся и промышленные роботы, в состав которых входят пространственные рычажные механизмы манипуляторов, рычажные механизмы схватов, зубчатые механизмы приводов, кулачковые механизмы уравнивающих устройств и систем обратной связи. Объем лекционного курса по ТММ в последние годы не увеличивается, хотя его содержательная часть расширяется. Вопросы проектирования механизмов роботов освещаются в нем недостаточно, поэтому при выполнении проекта необходимо использовать дополнительную специальную литературу. Цель данного пособия – дать краткие методические указания для выполнения курсовых проектов по тематике связанной с робототехникой.

В пособии последовательно рассматриваются следующие задачи:

- Общее содержание задания на проектирование, задачи курсового проекта, анализ исходной информации, определение недостающих исходных данных.
- Основные принципы структурного и метрического синтеза манипулятора.
- Постановка и методы решения прямых и обратных задач кинематики манипуляторов.
- Динамика управления манипулятором. Методы решения прямой и обратной задачи управления манипулятором. Кинестатика манипуляторов.
- Требования к оформлению графической и текстовой документации. Содержание листов проекта и пояснительной записки. ГОСТы в курсовом проекте по ТММ.

Существующие пособия по курсовому проектированию не учитывают современного уровня программного обеспечения САПР, в частности, таких программных сред как AutoCAD, Компас, MathCAD и т.п. В данном пособии

автор, в меру своих возможностей, ориентировался на использование этих программ при выполнении проекта.

1. Содержание и задачи курсового проекта.

Необходимо различать два вида курсовых проектов по манипуляторам:

- Первый, в котором на первом листе исследуется движение по одной координате или одной подвижности. В этом случае решается типовая задача определения закона движения по этой координате под действием заданных внешних сил. Механизм рассматривается только в плоскости движения. В этой плоскости проводится и силовой расчет механизма при выполнении второго листа. Третий и четвертый листы проекта посвящены соответственно проектированию зубчатых и кулачковых механизмов. В этих вариантах задания на проектирование задачи проектирования манипуляторов адаптированы к содержанию существующего курса ТММ (ковочные манипуляторы - варианты 111,113,114; промышленный робот – вариант 115).

- Второй, в котором на первом листе решается прямая или обратная задача кинематики трехподвижного манипулятора с цилиндрической, сферической или ангулярной системой координат. При прямой задаче задаются законы движения в приводах манипулятора (относительные перемещения в кинематических парах) и определяется закон движения схвата в функции времени. В обратной задаче задается закон движения схвата манипулятора по простой траектории (прямая линия, с произвольной ориентацией в пространстве) и определяются законы изменения относительных координат звеньев в кинематических парах в функции времени (перемещения, скорости и ускорения). На втором листе в этом варианте проекта определяются методом кинестатики законы изменения управляющих силовых воздействий в приводах (сил или моментов) и реакции в кинематических парах. На третьем листе проектируются зубчатые передачи приводов (обычно зубчатая передача внешнего зацепления и типовой планетарный механизм, реже проектируется

волновая передача или кривошипно-планетарный редуктор с цевочным или циклоидальным зацеплением). Четвертый лист посвящается проектированию кулачкового механизма уравнивающего устройства или кулачкового механизма конечных выключателей системы обратной связи. Эти проекты выполняются в течение ряда лет в рамках НИРС и пока не включены в сборники заданий. Опыт, полученный при выполнении этих заданий, показал целесообразность включения таких заданий в курсовое проектирование по ТММ для специальностей связанных с робототехникой. Ниже приводятся методические указания к курсовому проекту, выполняемому по второму варианту.

1.1. Содержание задания на курсовое проектирование.

В текстовой части задания указывается функциональное назначение промышленного робота, дается описание его основных частей и их функциональное назначение, приводятся структурные схемы, применяемых типовых механизмов. Здесь же даются необходимые комментарии по определению размеров звеньев механизма, их масс и моментов инерции. В этой части даются указания для определения заданных законов движения приводов (при решении прямой задачи) или схвата (при решении обратной задачи). Обычно разгон и торможение осуществляется с постоянным ускорением (замедлением), а установившееся движение имеет постоянную скорость.

В таблице исходных данных приводятся числовые значения размеров механизма или его зоны обслуживания (длины звеньев, предельные в шарнирах), массы и моменты инерции звеньев, передаточные отношения зубчатых и планетарных механизмов, частоты двигателей, а также необходимые параметры кулачкового механизма (максимальный ход толкателя, фазовые углы, допустимый угол давления и др.). При недостаточности данных они выбираются из конструктивных соображений по анализу существующих моделей подобных роботов и согласуются с преподавателем. Рассмотрим вариант типового задания на примере робота со сферической системой координат.

Задание №1р

ПРОЕКТИРОВАНИЕ И ИССЛЕДОВАНИЕ МЕХАНИЗМОВ ПРО- МЫШЛЕННОГО РОБОТА

1. Назначение, схема и принцип работы.

Промышленный робот с трехподвижным манипулятором предназначен для выполнения основных и вспомогательных технологических операций в промышленности. Он должен обеспечивать перемещение деталей и узлов по заданной траектории (например, прямой линии). Функциональная схема манипулятора приведена на рис.1. На рис. 2-4 даны структурные схемы манипулятора, привода поворота руки и кулачкового механизма.

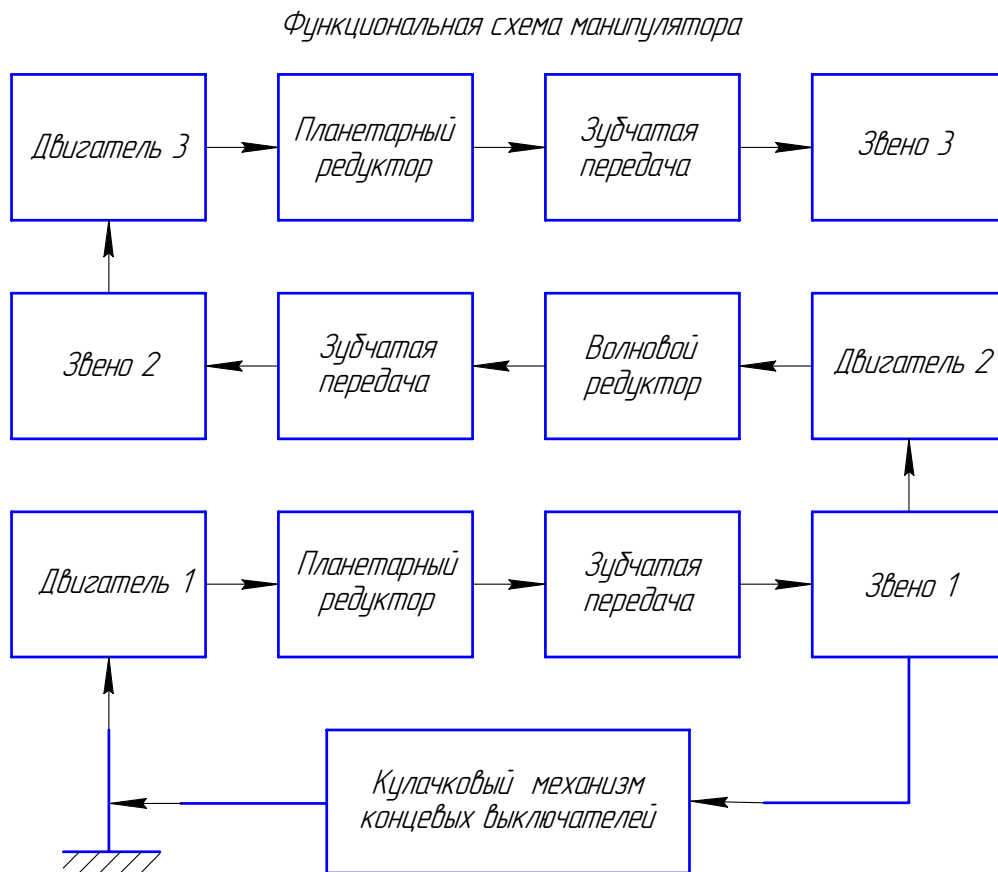


Рис.1

а) Структурная схема манипулятора

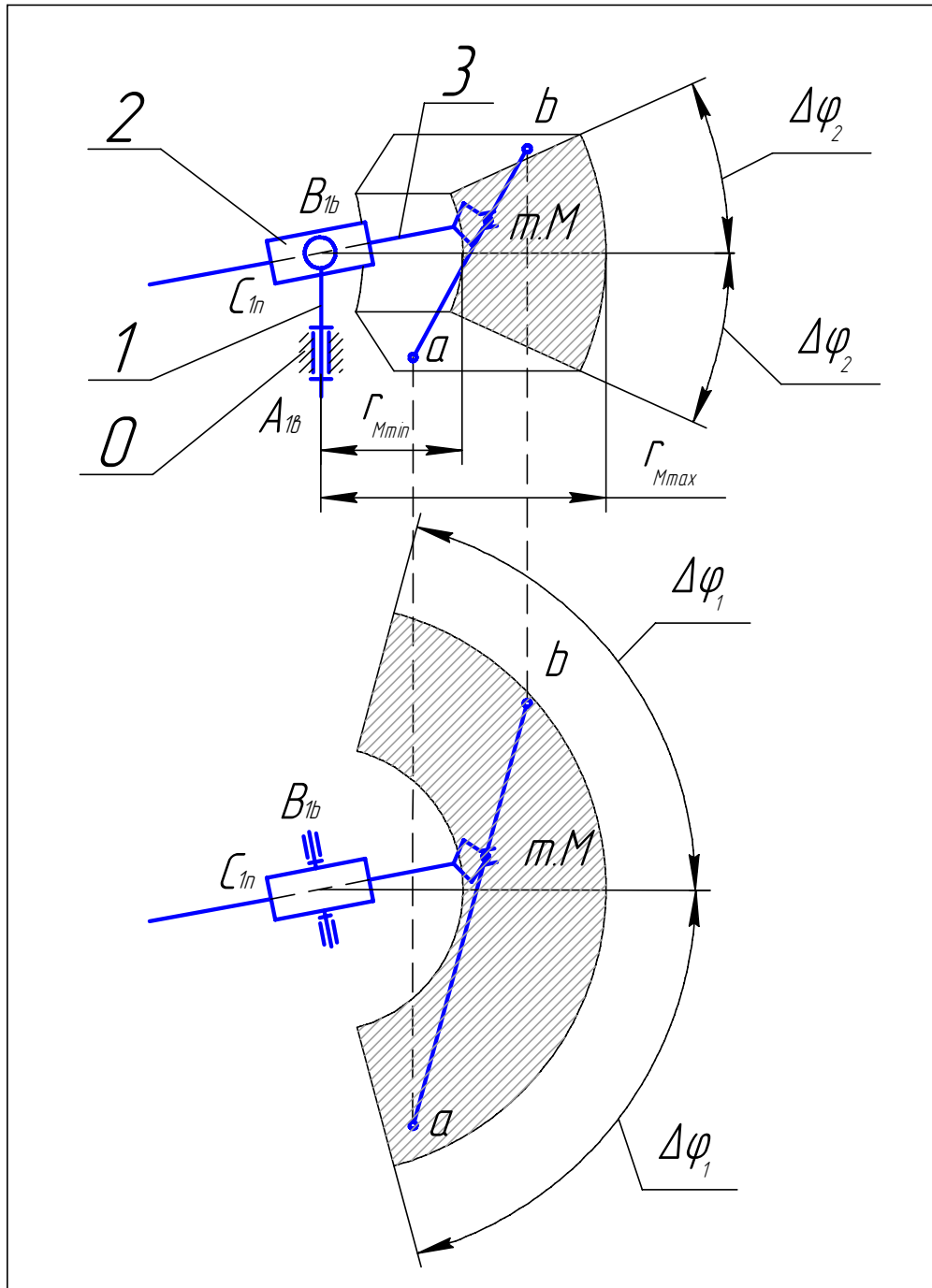


Рис.2

Манипулятор состоит из руки, звенья 0-1-2-3 которой образуют простран-

ственный механизм со сферической системой координат и схвата. Рука предназначена для изменения линейных координат схвата, схват - для захвата и

Структурная схема механизма привода поворота звена 1

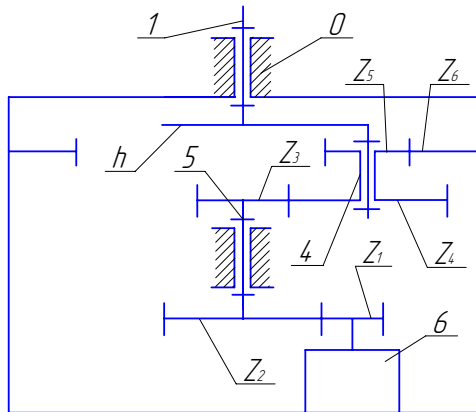


Рис.3

Структурная схема кулачкового механизма

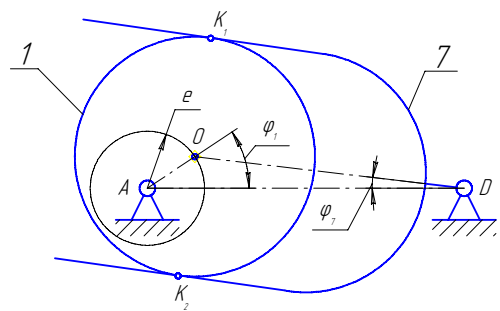


Рис.4

удержания деталей. Все подвижные звенья манипулятора снабжены электроприводами, тормозными устройствами и датчиками обратной связи по положению. Механизм привода поворота руки робота состоит из электродвигателя постоянного тока 6, цилиндрической зубчатой передачи Z_1 - Z_2 и планетарного редуктора Z_3 - Z_6 . Управление концевыми выключателями, ограничивающими угол поворота руки манипулятора, осуществляется толкателем 8 кулачкового механизма, кулачок 7 которого установлен на валу звена 1. Каждый двигатель снабжен тормозом. Тормоза обеспечивают фиксацию манипулятора в заданном положении.

2. Содержание задания на проектирование.

2.1. Кинематический синтез манипулятора. По заданным линейным и угловым размерам с учетом конструктивных ограничений в парах определить размеры звеньев манипулятора и построить зону обслуживания. По согласованию с преподавателем задать в пределах зоны обслуживания траекторию перемещения схвата (рекомендуется выбирать прямую максимальной длины с произвольной ориентацией).

2.2. По заданному закону изменения скорости движения т.М схвата V_M

(рис.5) определить ее перемещение и ускорение в функции времени, считая что разгон и торможение происходит с постоянным ускорением на участках траектории $0.25H_M$, где H_M – перемещение точки М схвата манипулятора. Решить обратную задачу о перемещениях и построить диаграммы относительных перемещений в функции времени. Продифференцировать полученные диаграммы по времени и построить диаграммы скоростей и ускорений в приводах манипулятора.

Диаграмма скорости точки М схвата манипулятора.

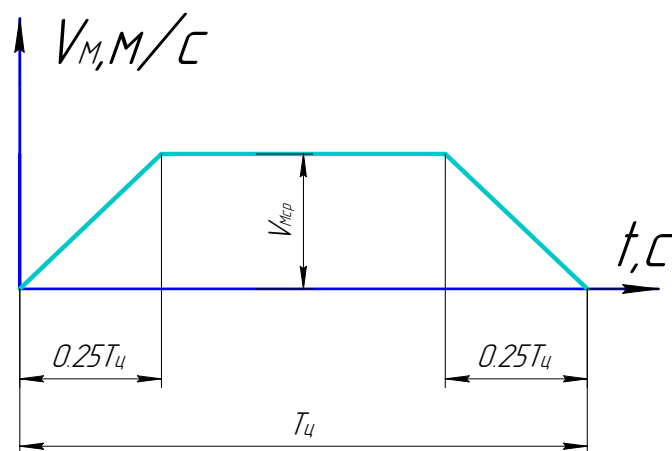


Рис.5

2.3. При заданных массах и моментах инерции звеньев и определенных законах движения звеньев манипулятора определить законы изменения управляющих силовых воздействий на приводах и реакции в кинематических парах манипулятора. Построить диаграммы управляющих силовых воздействий и реакций в функции времени.

2.4. Рассчитать требуемую мощность привода поворота манипулятора и подобрать по каталогу электродвигатель, определить общее передаточное отношение редуктора привода, передаточные отношения для зубчатой передачи и планетарного редуктора, провести геометрический расчет зубчатой передачи на ЭВМ и выбрать оптимальный вариант. Методом обращенного движения провести профилирование зуба для шестерни, вычертить схему зацепления для зубчатой передачи. Провести синтез планетарного механизма,

подобрав числа зубьев его колес.

2.5. Провести проектирование кулачкового механизма системы управления концевыми выключателями, считая профиль кулачка заданным: окружность радиуса R_k . По заданному максимальному угловому перемещению толкателя φ_{8max} определить размеры звеньев кулачкового механизма с учетом допустимых углов давления, провести кинематическое исследование механизма, построить диаграммы $\varphi_8=f(\varphi_7)$, $\omega_{q8}=f(\varphi_7)$, $\varepsilon_{q8}=f(\varphi_7)$ и диаграмму $v=f(\varphi_{11})$.

Примечания:

1. Центры масс звеньев считаем расположенными по середине их длины.
2. Моменты инерции звеньев относительно осей проходящих через центр масс приближенно рассчитываем по формуле

$$I_{Si}=0,1 \cdot m_i \cdot l_i^2$$

3. При проектировании принимать допустимые углы давления во вращательных парах $[\nu]=35^\circ$ градусов, в высших и поступательных парах $[\nu]=25^\circ$ градусов.

Исходные данные

Таблица 1

№ п/п	Наименование параметра	Обозна- чение	Единица СИ	Численные значения для вариантов				
				А	Б	В	Г	Д
1	Радиус зоны обслуживания: максимальный	r_{Mmax}	м	2,2	2,0	1,8	1,9	1,8
	минимальный	r_{Mmin}	м	1,2	1,0	0,9	0,9	0,9
2	Угол наклона руки от гори- зонтали: вверх-вниз	φ_2	град	± 25	± 20	± 25	± 24	± 20
3	Высота от пола до: оси шарнира В	l_B	м	0,7	0,8	0,75	0,7	0,8
	оси шарнира А	l_A	м	0,5	0,6	0,55	0,45	0,5

4	Угол поворота: руки	φ_1	град	$\pm 70^\circ$	$\pm 75^\circ$	$\pm 65^\circ$	$\pm 60^\circ$	$\pm 65^\circ$
5	Массы звеньев: звено 1	m_1	кг	300	250	200	200	200
	звено 2	m_2	кг	120	120	100	100	100
	звено 3	m_3	кг	50	40	40	35	35
6	Межосевое расстояние в кулачковом механизме	l_{QA}	м	0,15	0,15	0,12	0,1	0,1
7	Рабочий ход толкателя	φ_{8max}	град	$\pm 10^\circ$	$\pm 12^\circ$	$\pm 9^\circ$	$\pm 8^\circ$	$\pm 7^\circ$
8	Скорость точки М схвата на участке установившего- ся движения	V_{Mcp}	м	1,0	0,8	0,9	0,85	1,0
9	Коэффициенты времени разгона	k_p	-	0.25	0.3	0.25	0.2	0.3
	торможения	k_T	-	0.25	0.2	0.15	0.3	0.2

2. Структурный и метрический синтез механизма манипулятора.

Перемещение схвата в пространстве можно обеспечить, если ориентировать оси первых трех кинематических пар по осям одной из осей координат. При этом выбор системы координат определяет тип руки манипулятора и вид его зоны обслуживания. По ГОСТ 25685-83 определены виды систем координат для руки манипулятора, которые приведены в таблице 1. Здесь даны примеры структурных схем механизмов соответствующие системам координат. Структурные схемы механизмов кисти, применяемые в манипуляторах, даны в таблице 2. Присоединяя к выходному звену руки тот или иной механизм кисти, можно получить большинство известных структурных схем манипуляторов, которые применяются в реальных промышленных роботах.

Системы координат «руки» манипулятора. Таблица 1

<p>Прямоугольная (декартова)</p>	<p>Цилиндрическая</p>
<p>Сферическая</p>	<p>Угловая (ангулярная)</p>
<p>Другие</p>	

Таблица 2

Структурные схемы кисти манипулятора				

В курсовых проектах по ТММ проектируются и исследуются манипуляторы с цилиндрическими, сферическими, ангулярными или другими системами координат с тремя подвижностями. Структурная схема манипулятора при проектировании задана. Необходимо определить размеры его звеньев по размерам зоны обслуживания. В рассматриваемом примере это минимальный r_{Mmin} и максимальный r_{Mmax} радиусы зоны обслуживания, максимальные углы поворота звеньев во вращательных парах φ_1 и φ_2 . По этим данным строится зона обслуживания, а затем графически или аналитически определяются размеры звеньев. При этом часто используются эмпирические соотношения, например, для длин втулок поступательных пар, для размеров элементов схвата и др. На рис.6 изображена расчетная схема манипулятора со сферической системой координат.

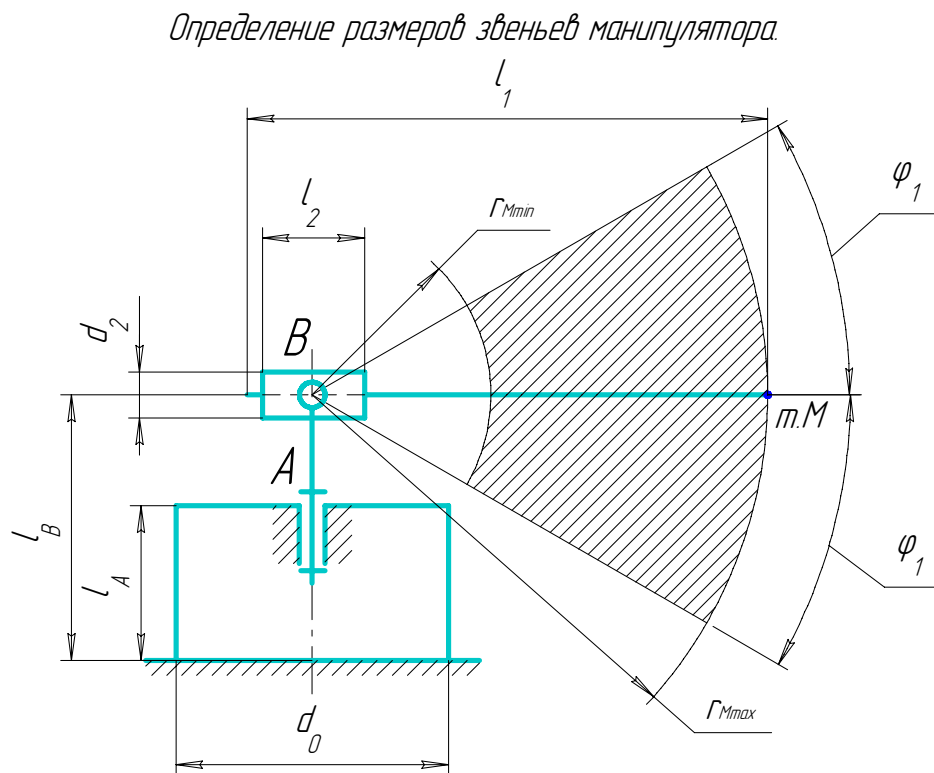


Рис.6

Длина звена 1 определяется по максимальному радиусу зоны обслуживания с учетом длины втулки поступательной пары и необходимого конструктивного запаса

$l_1 = r_{M \max} + 0.5 \cdot l_2 + 0.1$, где $l_2 = (0.2 \dots 0.5) \cdot l_1$ - длина втулки (большие значения коэффициента соответствуют большей грузоподъемности робота).

Остальные размеры:

- диаметр втулки поступательной пары $d_2 = (0.2 \dots 0.4) \cdot l_2$;
- диаметр основания $d_0 = (1.5 \dots 2) \cdot l_A$.

3. Постановка и методы решения прямых и обратных задач кинематики манипуляторов.

Прямые задачи относятся к задачам анализа существующих систем. При проектировании обычно решаются обратные задачи – задачи синтеза. Обратные задачи значительно сложнее прямых задач и обычно имеют множество вариантов решения. В данном курсовом проекте для трехподвижных манипуляторов решаются обратные задачи кинематики и динамики. На первом листе по заданному закону движения центра схвата манипулятора (функции положения, скорости и ускорения) определяются законы изменения относительных положений, скоростей и ускорений звеньев в кинематических парах. На втором листе решается задача силового расчета манипулятора: по заданным законам движения определяются управляющие силы и моменты в приводах и реакции в кинематических парах.

Рассмотрим последовательность выполнения первого листа на примере задания приведенного выше. На первом этапе решается обратная задача о положениях, в которой по заданной траектории схвата определяются законы изменения относительных или абсолютных перемещений в кинематических парах манипулятора. Предварительно, по заданной диаграмме скорости точки M схвата (рис.7), определяются диаграммы ускорения и перемещения. Для этого диаграмма $V_M = f(t)$ дифференцируется и интегрируется по времени. Полученная зависимость $S_M = f(t)$ связывает перемещение точки M

Кинематические диаграммы точки М схвата манипулятора.

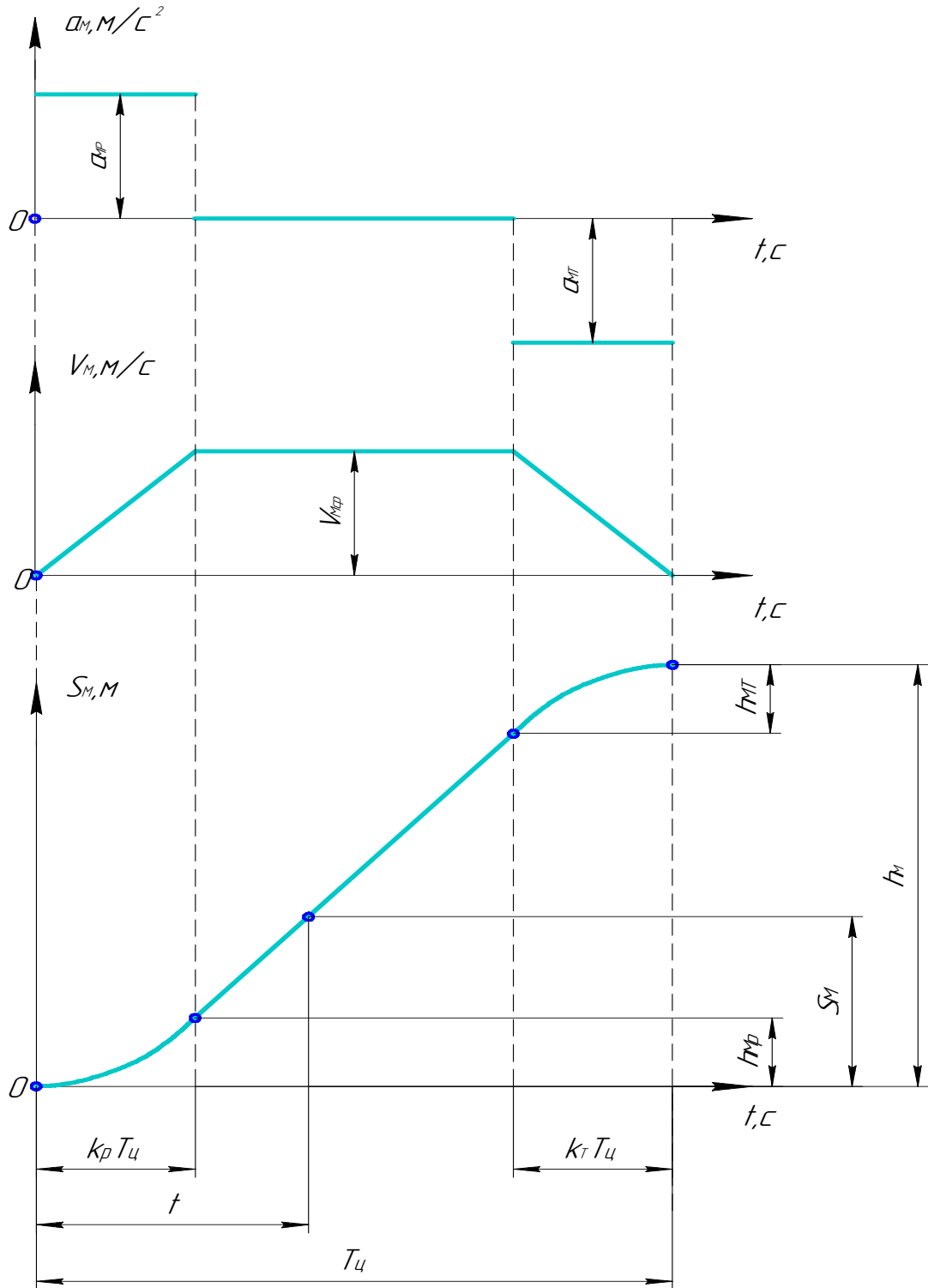


Рис.7

и время. По проекциям заданной траектории точки строится траектория в натуральную величину. На этой траектории отмечаются точки конца разгона и точки начала торможения. Каждый временной интервал (разгон, движение с

постоянной скоростью и торможение) разбивается на 6 равных участков. Для каждого полученного значения времени по зависимости $S_M = f(t)$ графически или аналитически определяются соответствующие значения S_M . При графическом решении эти значения наносятся на ab траекторию точки М, изображенную в натуральную величину, а затем переносятся на ее проекции (рис.8).

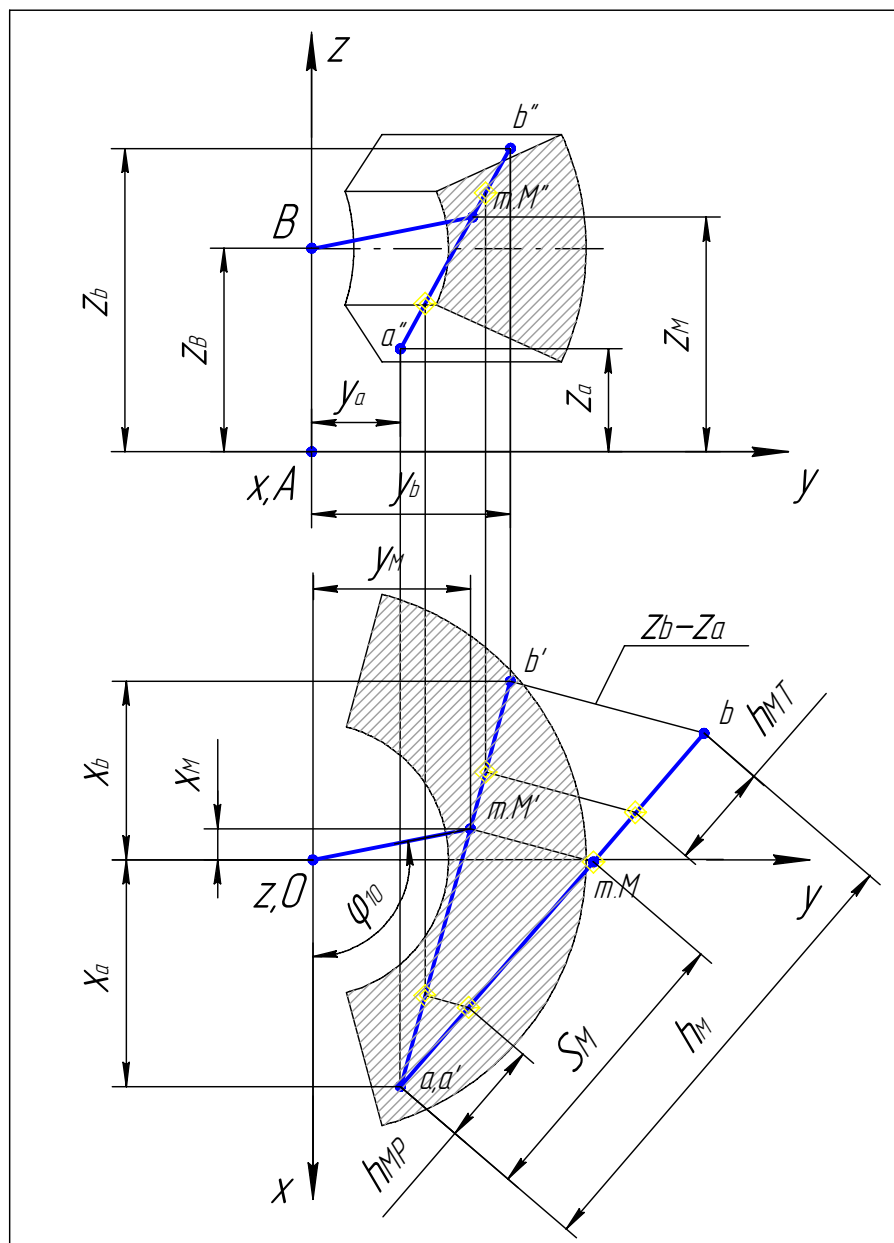


Рис.8

Аналитически зависимости $S_M = f(t), V_M = f(t), a_M = f(t)$ можно записать, используя функции Хевисайда

$$a_M = \begin{cases} a_{MP} & \text{if } 0 \leq t \leq t_P, \\ 0 & \text{if } t_P \leq t \leq (T_u - t_T), \\ -a_{MT} & \text{otherwise;} \end{cases}$$

$$V_M = \begin{cases} a_{MP} \cdot t & \text{if } 0 \leq t \leq t_P, \\ V_{Vcp} & \text{if } t_P \leq t \leq (T_u - t_T), \\ V_{Vcp} - a_{MT} \cdot [t - (T_u - t_T)] & \text{otherwise;} \end{cases}$$

$$S_M = \begin{cases} a_{MP} \cdot t^2 / 2 & \text{if } 0 \leq t \leq t_P, \\ a_{MP} \cdot t_P^2 / 2 + V_{Vcp} \cdot t & \text{if } t_P \leq t \leq (T_u - t_T), \\ a_{MP} \cdot t_P^2 / 2 + V_{Vcp} \cdot (T_u - t_T) - a_{MT} \cdot [t - (T_u - t_T)]^2 & \text{otherwise.} \end{cases}$$

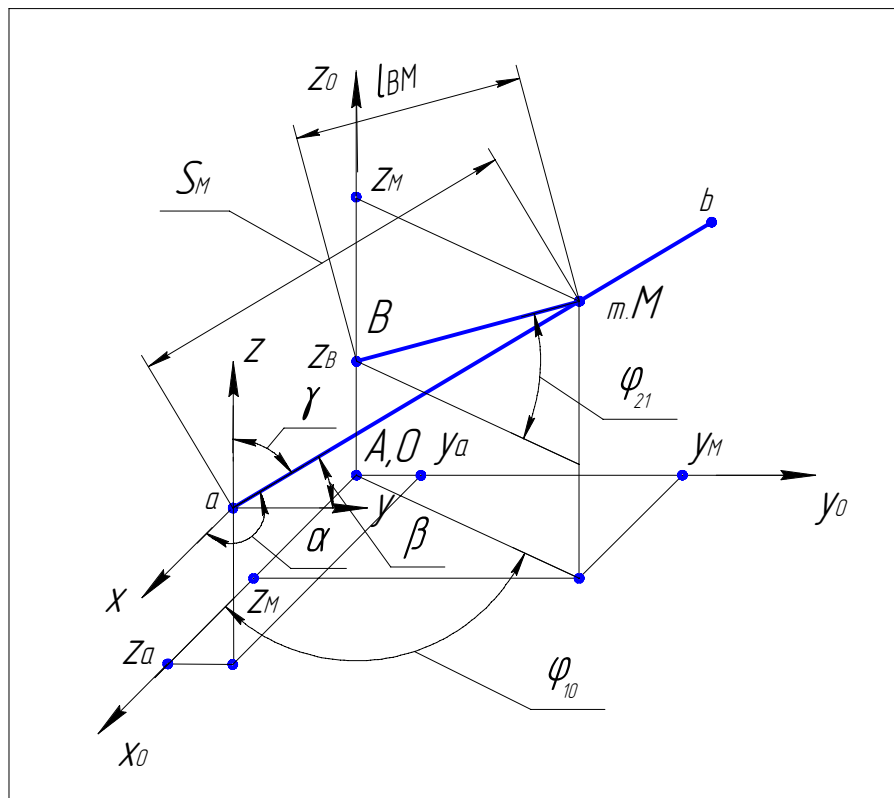


Рис.9

Время цикла движения от точки а до точки в

$$l_{ab} = \left[\frac{V_{Mcp}}{2} \cdot (k_P + k_T) + V_{Vcp} \cdot (1 - k_P - k_T) \right] \cdot T_u$$

$$T_u = \frac{l_{ab}}{V_{Mcp} \cdot (1 - 0.5 \cdot k_P - 0.5 \cdot k_T)};$$

время разгона $t_P = k_P \cdot T_u$; время торможения $t_T = k_T \cdot T_u$.

Для каждого положения точки М (рис.9) в начале необходимо определить декартовы координаты. Уравнение прямой ab в пространстве

$$\frac{x - x_a}{x_b - x_a} = \frac{y - y_a}{y_b - y_a} = \frac{z - z_a}{z_b - z_a};$$

Ориентация прямой линии в пространстве определяется углами α, β, γ , образуемыми вектором \overline{ab} с положительными направлениями осей координат

$$\alpha = \arccos\left[\frac{(x_b - x_a)}{l_{ab}}\right]; \beta = \arccos\left[\frac{(y_b - y_a)}{l_{ab}}\right]; \gamma = \arccos\left[\frac{(z_b - z_a)}{l_{ab}}\right];$$

где $l_{ab} = |\overline{ab}|$ - модуль вектора \overline{ab} :

$$l_{ab} = \sqrt{(x_b - x_a)^2 + (y_b - y_a)^2 + (z_b - z_a)^2}.$$

Декартовы координаты точки М отрезка, при текущем перемещении S_M , определяются по уравнениям:

$$x_M = x_a + S_M \cdot \cos \alpha; y_M = y_a + S_M \cdot \cos \beta; z_M = z_a + S_M \cdot \cos \gamma; .$$

Для данной схемы манипулятора пересчет этих координат в сферические осуществляется по следующим зависимостям:

$$l_{BM} = \sqrt{(x_M)^2 + (y_M)^2 + (z_M - z_B)^2}; \quad \varphi_{21} = \arcsin\left[\frac{(z_M - z_B)}{l_{BM}}\right];$$

$$\varphi_{10} = \operatorname{arctg}\left(\frac{y_M}{x_M}\right).$$

Где l_{BM} - текущая длина звена 3 манипулятора, φ_{21} и φ_{10} - текущие абсолютные угловые координаты звеньев 1 и 2.

По полученным значениям сферических координат строятся графики функций положения $l_{BM} = f(t), \varphi_{21} = f(t), \varphi_{10} = f(t)$. Дифференцируя эти функции по времени получим функции относительных скоростей и ускорений для кинематических пар манипулятора. Пример решения обратной задачи для трехподвижного манипулятора со сферической системой координат в системе MathCAD и пример оформления первого листа курсового проекта приведен ниже в Приложении 1.

4. Силовой расчет механизма манипулятора методом кинетостатики.

При силовом расчете решается обратная задача динамики: по заданному закону движения механизма определяются управляющие силовые воздействия в приводах (активных кинематических парах) манипулятора. Вторая задача, решаемая при силовом расчете: определение реакций (сил и моментов) в кинематических парах механизма. В решении задачи можно выделить четыре этапа:

4.1. Определение в задаче числа неизвестных, а, следовательно, и числа уравнений кинетостатики, необходимых для их определения. Декомпозиция или расчленение механизма по кинематическим парам на звенья или группы звеньев. Число рассматриваемых элементов системы должно быть равно числу неизвестных в силовом расчете деленному на шесть (число уравнений кинетостатики, которое можно записать для звена или группы).

Число неизвестных в силовом расчете механизма N равно сумме числа подвижностей механизма W (управляющие силовые воздействия) и числа связей в кинематических парах S (компоненты реакций в парах). Если все пары в механизме активные (т.е. снабжены приводами), то число неизвестных в пространственном механизме равно числу кинематических пар умноженному на шесть, где цифра шесть для одноподвижной пары равна сумме связей в паре $S = 5$ и ее подвижности $W = 1$. Для рассматриваемого трехподвижного манипулятора $N = 6 \cdot p_1 = 18$, где $p_1 = 3$ - число одноподвижных кинематических пар в механизме. Число элементов, на которые необходимо разбить механизм равно $K = N / 6 = 3$. Для манипуляторов с открытыми кинематическими цепями в качестве элементов обычно используют звенья механизма.

4.2. Определение по известным кинематическим параметрам механизма линейных ускорений центров масс и угловых ускорений звеньев.

4.3. Расчет главных векторов и главных моментов сил инерции. Главные вектора определяются как произведение массы звена на ускорение центра масс. Главные моменты – как произведение момента инерции звена относительно оси совпадающей с вектором его углового ускорения на величину углового ускорения. Направление векторов сил и моментов инерции определяется как противоположное направлению векторов ускорения центров масс и углового ускорения звеньев.

4.4. Кинетостатический силовой расчет механизма. Для каждого звена механизма, начиная с выходного, составляются два векторных уравнения кинетостатического равновесия: уравнение сил и уравнение моментов. Каждое векторное уравнение можно заменить тремя уравнениями проекций на оси системы координат. В качестве системы координат целесообразно использовать подвижную систему координат, связанную с базовой плоскостью манипулятора. Плоскость в которой располагаются звенья трехподвижного манипулятора называется базовой плоскостью. При открытой кинематической цепи для каждого звена составляется система шести уравнений с шестью неизвестными. Задача силового расчета решается последовательно. Вначале определяются управляющая сила или момент и реакции в кинематической паре, соединяющей выходное звено с предшествующим звеном. Затем, с использованием реакций определенных в данной паре, переходят к рассмотрению следующего звена, входящего в рассмотренную пару. И так последовательно проводят силовой расчет для всех звеньев механизма.

Рассмотрим более подробно решение задачи силового расчета для механизма трехподвижного манипулятора со сферической системой координат. Для этого механизма: число неизвестных $N = 6 \cdot p_1 = 18$; число рассматриваемых звеньев $K = N / 6 = 3$.

Расчетная схема силового нагружения механизма для системы координат связанной с базовой плоскостью приведена на рис.10

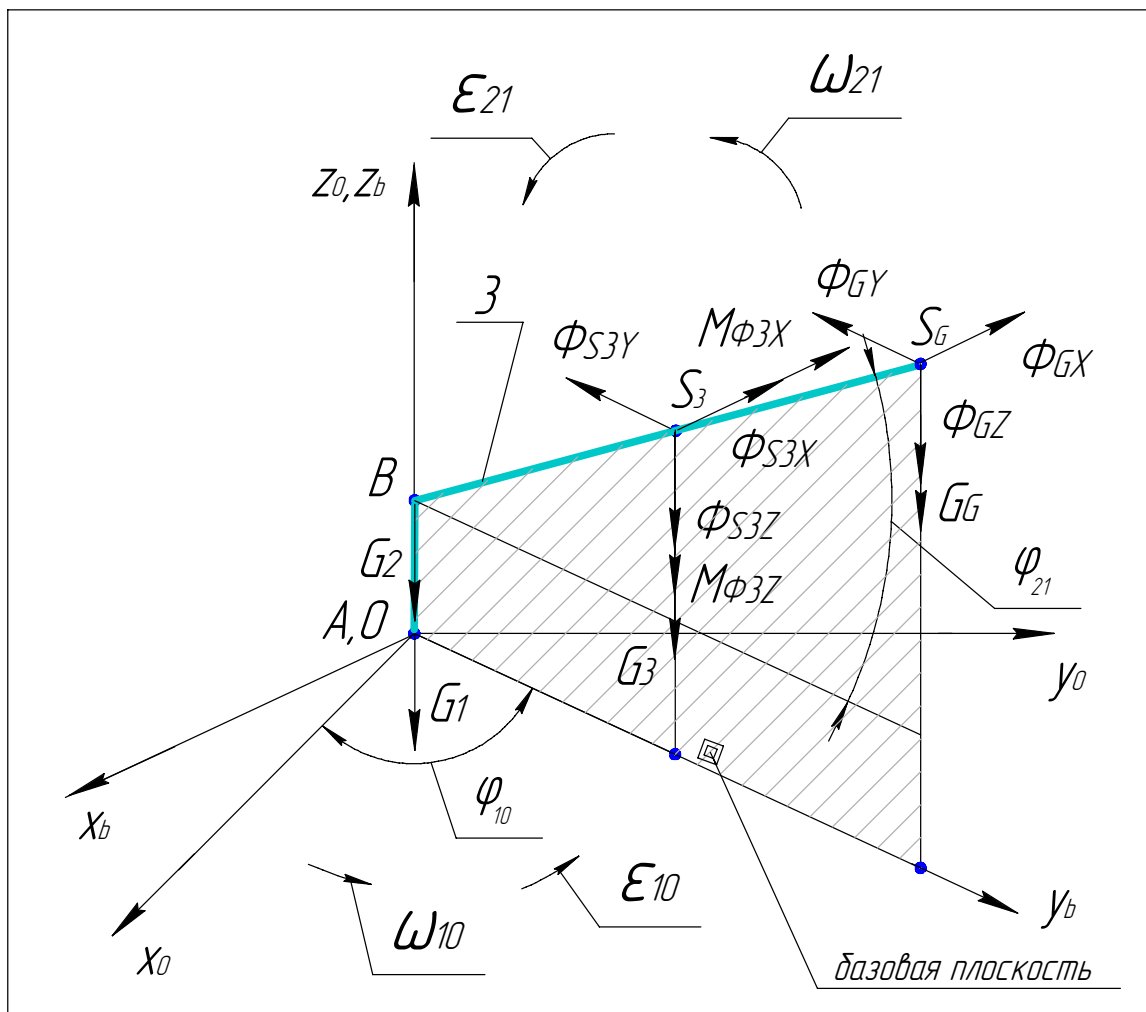


Рис.10.

На этом рисунке: S_3 - центр масс звена 3, S_G - центр масс груза, $\Phi_{3x}, \Phi_{3y}, \Phi_{3z}$ - проекции главного вектора сил инерции звена 3, $M_{\Phi 3x}, M_{\Phi 3y}, M_{\Phi 3z}$ - проекции главного момента сил инерции звена 3, G_1, G_2, G_3 - силы веса звеньев, $\Phi_{Gx}, \Phi_{Gy}, \Phi_{Gz}$ - проекции главного вектора сил инерции груза (объекта манипулирования).

4.4.1. Определение главных векторов и главных моментов сил инерции.

Для определения главных векторов и главных моментов сил инерции необходимо определить проекции на оси системы координат векторов линейных ускорений центров масс и векторов угловых ускорений звеньев. Рассмотрим схему ускорений произвольной точки звена 3 и его угловых ускорений. Движение звена 3 можно рассматривать как сумму трех движений: вращения вокруг вертикальной оси Z_b , вращения вокруг горизонтальной оси X_b и относительного поступательного движения звеньев 3 и 2. Схема ускорений в проекциях на базовую и горизонтальную плоскости дана на рисунке 11.

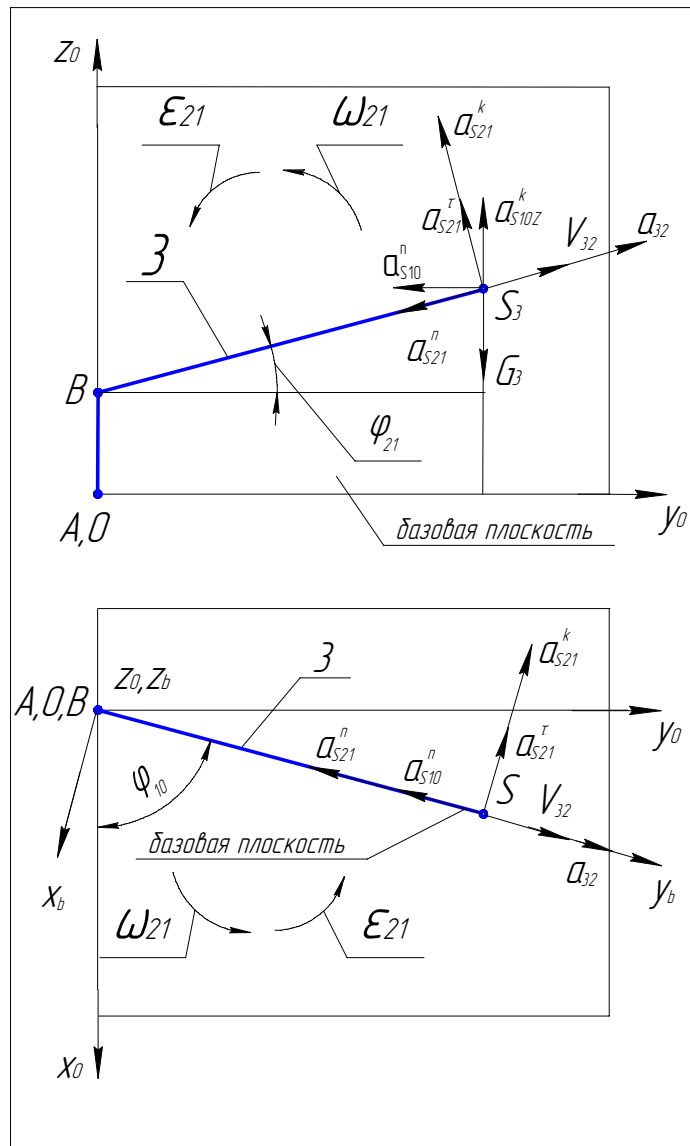


Рис.11

На этом рисунке

$$a_{S21}^n = \omega_{21}^2 \cdot l_{BS}; \quad a_{S10}^n = \omega_{10}^2 \cdot l_{BS} \cdot \cos \varphi_{21};$$

$$a_{S21}^t = \varepsilon_{21} \cdot l_{BS}; \quad a_{S10}^t = \varepsilon_{10} \cdot l_{BS} \cdot \cos \varphi_{21};$$

$$a_{S21}^k = 2 \cdot \omega_{21} \cdot V_{BM}; \quad a_{S10}^k = 2 \cdot \omega_{10} \cdot V_{BM}.$$

Аналогично, для центра масс груза

$$a_{G21}^n = \omega_{21}^2 \cdot l_{BG}; \quad a_{G10}^n = \omega_{10}^2 \cdot l_{BG} \cdot \cos \varphi_{21};$$

$$a_{G21}^t = \varepsilon_{21} \cdot l_{BG}; \quad a_{G10}^t = \varepsilon_{10} \cdot l_{BG} \cdot \cos \varphi_{21};$$

$$a_{G21}^k = 2 \cdot \omega_{21} \cdot V_{BM}; \quad a_{G10}^k = 2 \cdot \omega_{10} \cdot V_{BM}.$$

Составляющие главного вектора сил инерции для звена 3 в проекциях на оси координат:

$$\Phi_{3x} = -m_3 \cdot a_{S3x}; \quad \Phi_{3y} = -m_3 \cdot a_{S3y}; \quad \Phi_{3z} = -m_3 \cdot a_{S3z};$$

где

$$a_{S3x} = a_{S10}^t + a_{S10}^k;$$

$$a_{S3y} = (a_{BM} - a_{S21}^n) \cdot \cos \varphi_{21} - a_{S10}^n;$$

$$a_{S3z} = (a_{BM} - a_{S21}^n + a_{S10}^k) \cdot \sin \varphi_{21} + (a_{S21}^t + a_{S21}^k) \cdot \cos \varphi_{21}.$$

Составляющие главного вектора сил инерции для груза в проекциях на оси координат:

$$\Phi_{Gx} = m_G \cdot a_{Gx}; \quad \Phi_{Gy} = m_G \cdot a_{Gy}; \quad \Phi_{Gz} = m_G \cdot a_{Gz};$$

где

$$a_{Gx} = a_{G10}^t + a_{G10}^k;$$

$$a_{Gy} = (a_{BM} - a_{G21}^n) \cdot \cos \varphi_{21} - a_{G10}^n;$$

$$a_{Gz} = (a_{BM} - a_{G21}^n + a_{G10}^k) \cdot \sin \varphi_{21} + (a_{G21}^t + a_{G21}^k) \cdot \cos \varphi_{21}.$$

Составляющие главного момента сил инерции для звена 3 в проекциях на оси координат:

$$M_{\Phi 3x} = I_{S3x} \cdot \varepsilon_{3x}; \quad M_{\Phi 3z} = I_{S3z} \cdot \varepsilon_{3z};$$

где
$$I_{S3x} = \frac{m_3 \cdot l_3^2}{12};$$

$$I_{S3z} = \frac{m_3 \cdot l_3^2 \cdot \sin(\gamma)}{12}; \quad \gamma = \arccos(\sin \varphi_{21});$$

γ - угол, образуемый звеном 3 с осью координат y ;

$$\varepsilon_{3x} = \varepsilon_{21}; \quad \varepsilon_{3z} = \varepsilon_{10}.$$

Моментом инерции груза пренебрегаем. Расчетная схема силового нагружения звена 3 приведена на рисунке 12.

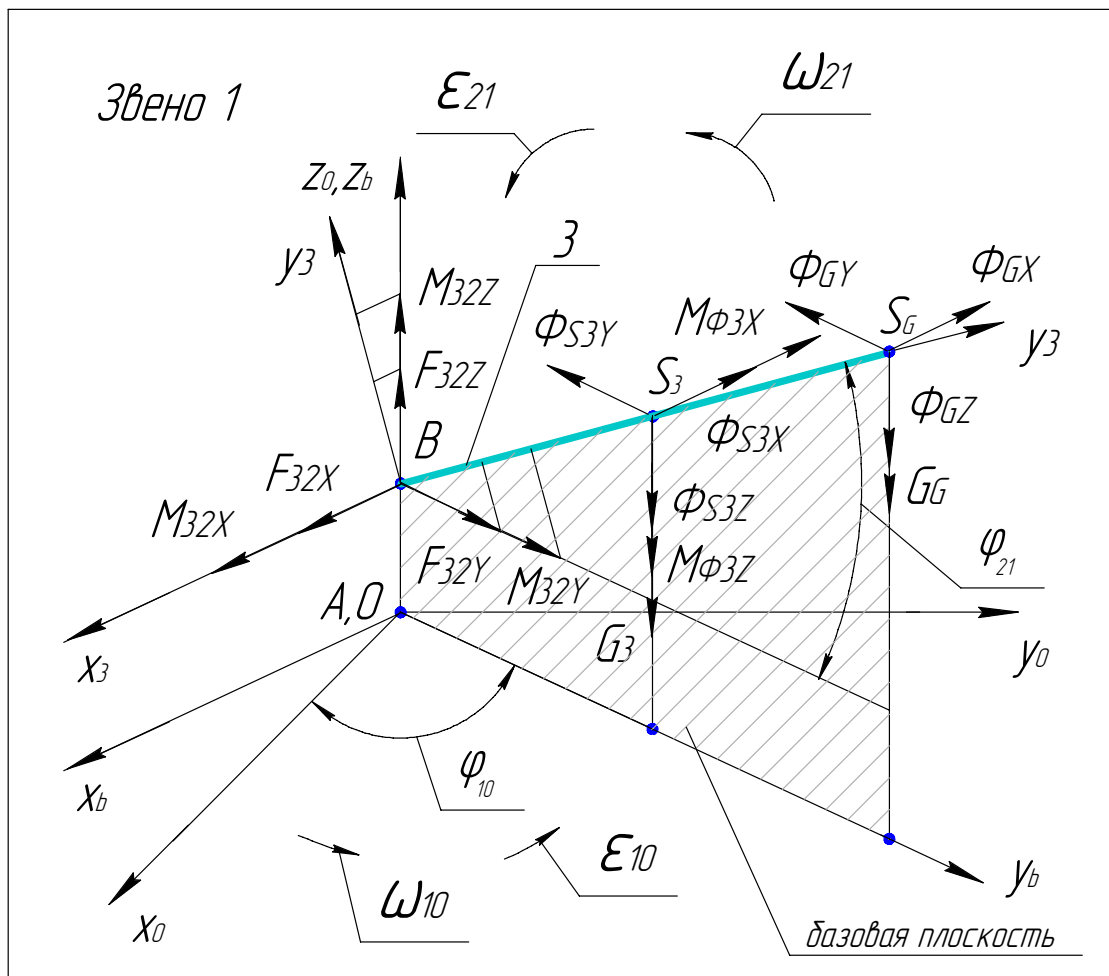


Рис.12

Уравнения кинестатического равновесия для звена 3:

$$\sum \bar{F}^{(3)} = 0; \quad \sum \bar{M}^{(3)} = 0.$$

В проекциях на оси координат системы $Ax_b y_b z_b$:

$$\sum F_x = 0; \quad -\Phi_{S3x} - \Phi_{Gx} + F_{32x} = 0;$$

$$\sum F_y = 0; \quad -\Phi_{S3y} - \Phi_{Gy} + F_{32y} = 0;$$

$$\sum F_z = 0; \quad -\Phi_{S3z} - \Phi_{Gz} - G_3 - G_G + F_{32z} = 0;$$

$$\sum M_x = 0;$$

$$-M_{\Phi3x} - M_{\Phi_x} + \Phi_{S3y} \cdot l_{BS3} \cdot \sin \varphi_{32} - \Phi_{S3z} \cdot l_{BS3} \cdot \cos \varphi_{32} + \Phi_{Gy} \cdot l_{BSG} \cdot \sin \varphi_{32} - \\ - \Phi_{Gz} \cdot l_{BSG} \cdot \cos \varphi_{32} - G_3 \cdot l_{BS3} \cdot \cos \varphi_{32} - G_G \cdot l_{BSG} \cdot \cos \varphi_{32} + M_{32x} = 0;$$

$$\sum M_y = 0;$$

$$-M_{\Phi3y} - M_{\Phi_y} + \Phi_{S3x} \cdot l_{BS3} \cdot \sin \varphi_{21} + \Phi_{SGx} \cdot l_{BSG} \cdot \sin \varphi_{21} = 0;$$

$$\sum M_z = 0;$$

$$-M_{\Phi3z} - M_{\Phi_z} + \Phi_{S3x} \cdot l_{BS3} \cdot \cos \varphi_{21} + \Phi_{SGx} \cdot l_{BSG} \cdot \cos \varphi_{21} = 0;$$

Из этой системы уравнений определяем проекции на оси координат $Ax_b y_b z_b$ вектора силы и момента реакции в кинематической паре между звеньями 2 и 3. Для определения управляющей силы $F_{\partial32}$, реакции F_{32} и момента M_{32} необходимо перейти к системе координат $Ax_b y_b z_b$, связанной со звеном 3. Начало этой системы расположено в центре поступательной пары точке В, ось абсцисс x_3 параллельна оси x_b , ось ординат y_3 совпадает с осью звена 3, ось z_3 - ось правой системы координат. Тогда

управляющая сила

$$F_{\partial32} = F_{32y} \cdot \cos \varphi_{21} - F_{32z} \cdot \sin \varphi_{21};$$

реакция

$$F_{32} = \sqrt{F_{32x}^2 + (F_{32z} \cdot \cos \varphi_{21})^2};$$

МОМЕНТ

$$M_{32} = \sqrt{M_{32x}^2 + M_{32y}^2 + M_{32z}^2}.$$

Перейдем к рассмотрению второго звена. Расчетная схема звена изображена на рис. 13.

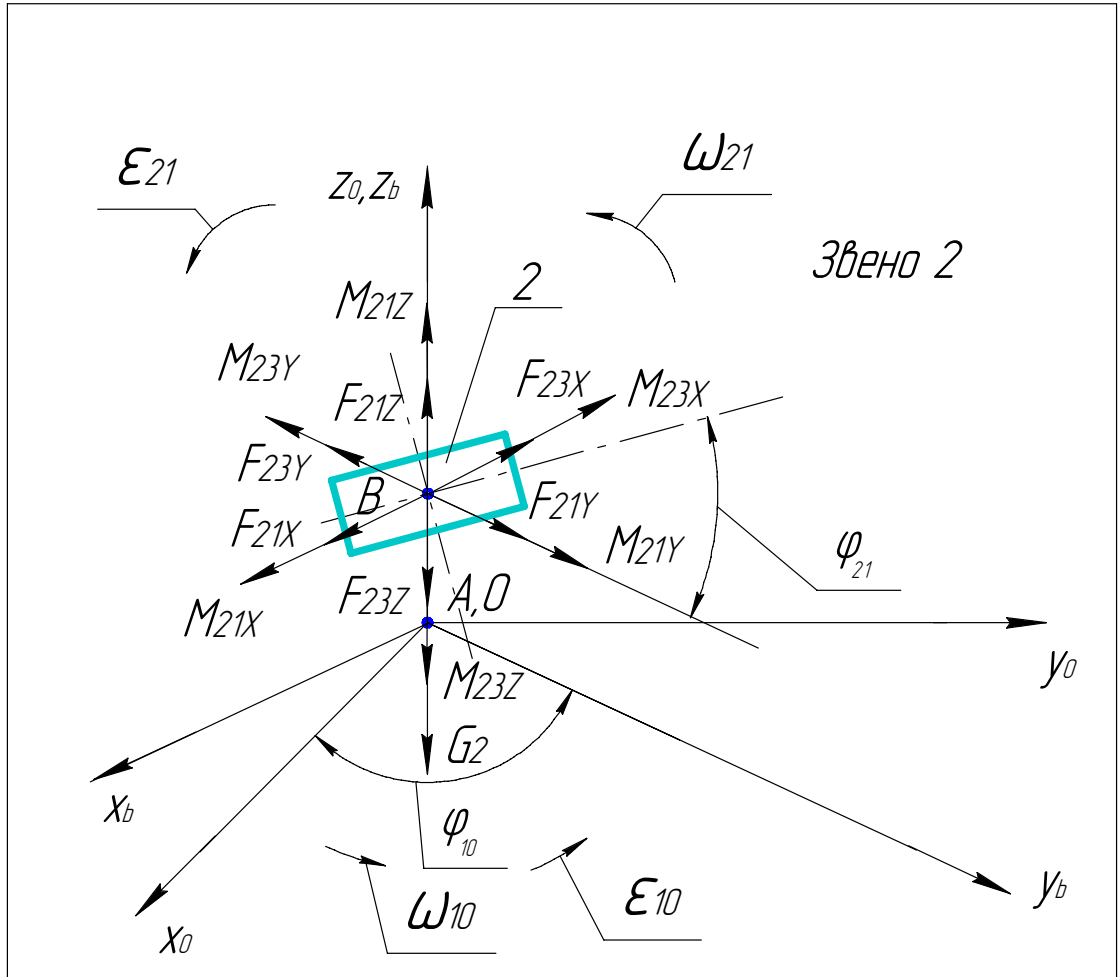


Рис.13

Это звено совершает относительно точки В сферическое движение, которое можно представить как сумму двух вращательных движений ω_{10} и ω_{21} . В данном примере моментом инерции звена 2 пренебрегаем. Уравнения кинетостатического равновесия для звена 2:

$$\sum \bar{F}^{(2)} = 0; \quad \sum \bar{M}^{(2)} = 0.$$

В проекциях на оси координат системы $Ax_b y_b z_b$:

$$\sum F_x = 0; \quad -F_{23x} + F_{21x} = 0;$$

$$\begin{aligned} \sum F_y = 0; & \quad -F_{23y} + F_{21y} = 0; \\ \sum F_z = 0; & \quad -G_2 - F_{23z} + F_{21z} = 0; \\ \sum M_x = 0; & \quad -M_{23x} + M_{21x} = 0; \\ \sum M_y = 0; & \quad -M_{23y} + M_{21y} = 0; \\ \sum M_z = 0; & \quad -M_{23z} + M_{21z} = 0. \end{aligned}$$

Из этой системы уравнений определяем проекции силы и момента, а по ним движущий момент $M_{\partial 21}$, момент реакции M_{21} и реакцию F_{21} :

$$M_{\partial 21} = M_{21x}; \quad F_{21} = \sqrt{F_{21x}^2 + F_{21y}^2 + F_{21z}^2}; \quad M_{21} = \sqrt{M_{21y}^2 + M_{21z}^2}.$$

Перейдем к рассмотрению первого звена. Расчетная схема звена изображена на рис. 14.

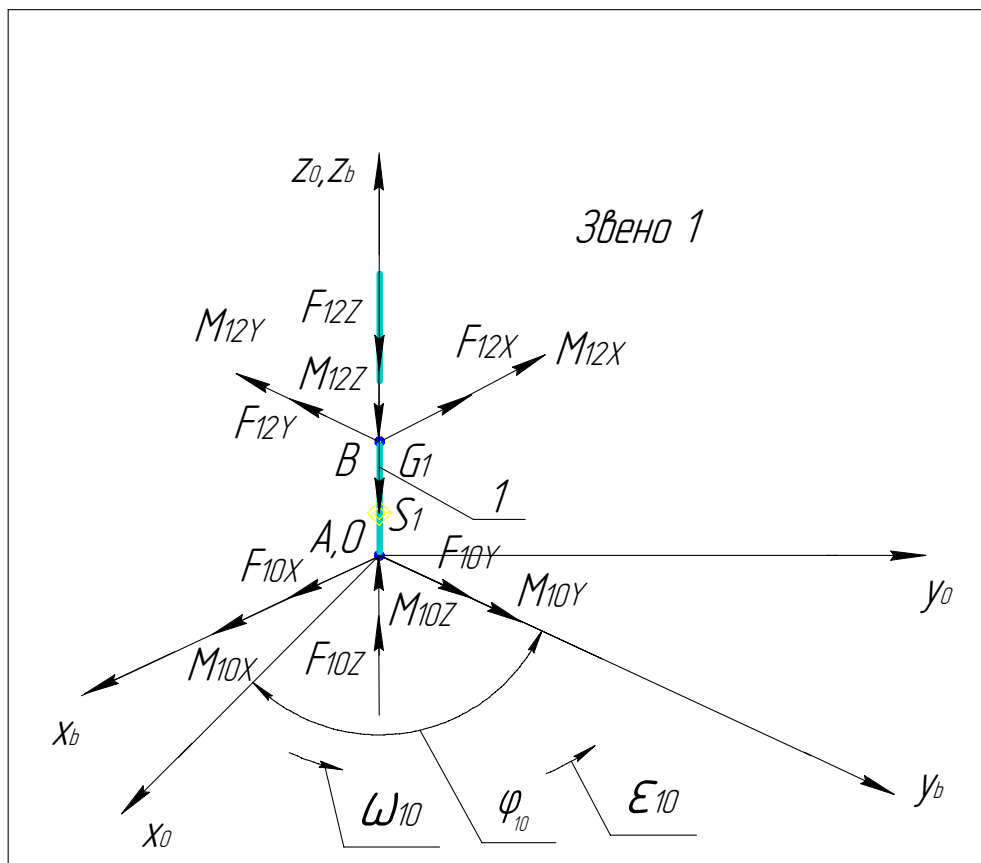


Рис.14

Это звено совершает относительно вертикальной оси вращательное движение ω_{10} . В данном примере моментом инерции звена 1 пренебрегаем.

Уравнения кинестатического равновесия для звена 1:

$$\sum \bar{F}^{(1)} = 0; \quad \sum \bar{M}^{(1)} = 0.$$

В проекциях на оси координат системы $Ax_b y_b z_b$:

$$\begin{aligned} \sum F_x = 0; & \quad -F_{12x} + F_{10x} = 0; \\ \sum F_y = 0; & \quad -F_{12y} + F_{10y} = 0; \\ \sum F_z = 0; & \quad -G_1 - F_{12z} + F_{10z} = 0; \\ \sum M_x = 0; & \quad -M_{12x} + M_{10x} = 0; \\ \sum M_y = 0; & \quad -M_{12y} + M_{10y} = 0; \\ \sum M_z = 0; & \quad -M_{12z} + M_{10z} = 0. \end{aligned}$$

Из этой системы уравнений определяем проекции силы и момента, а по ним движущий момент M_{o10} , момент реакции M_{10} и реакцию F_{10} :

$$M_{o10} = M_{10z}; \quad F_{10} = \sqrt{F_{10x}^2 + F_{10y}^2 + F_{10z}^2}; \quad M_{10} = \sqrt{M_{10y}^2 + M_{10z}^2}.$$

Графики управляющих силовых воздействий (движущих сил и моментов), реакций (сил и моментов) в кинематических парах в функции времени вычерчиваются на втором листе курсового проекта. На этом же листе изображаются расчетные схемы для всех звеньев манипулятора. Пример оформления второго листа курсового проекта приведен в приложении 2.